Abschlussprüfung 200X

an den Realschulen in Bayern

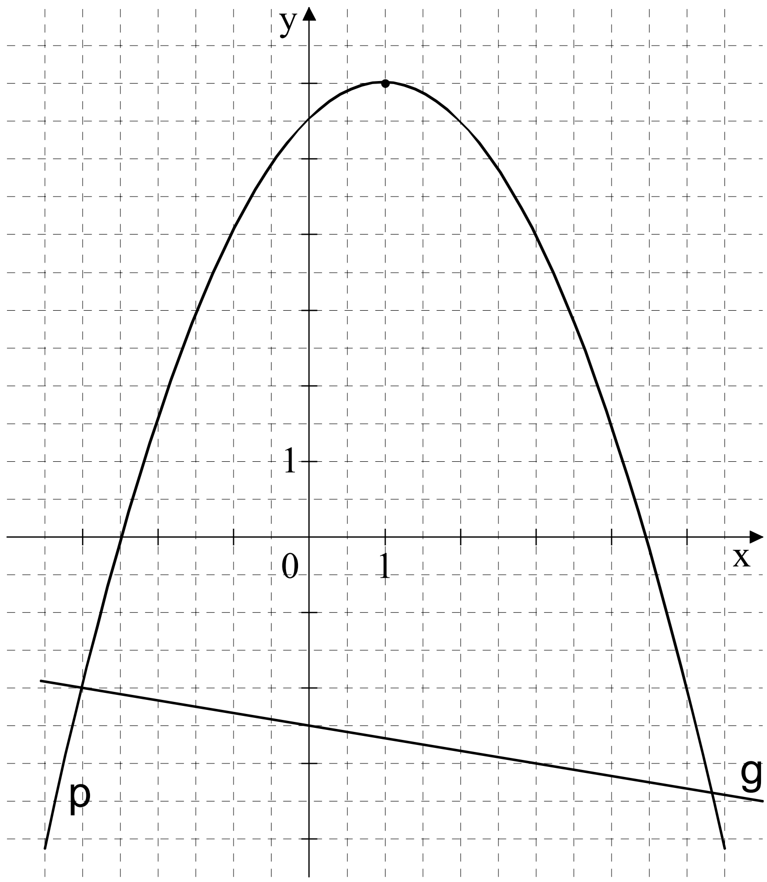
Wahlteil **Mathematik II/III** **Aufgabe A 1**

Name:______________________________ Vorname:______________________________

Klasse:_________ Platzziffer:_______________ Punkte:_______________/

A 1.0 Die Parabel p hat die Gleichung $y = -0{,}5x^2 + x + 5{,}5$ und die Gerade g hat die Gleichung $y = -\frac{1}{6}x - 2{,}5$. Es gilt $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

A 1.1 Die Punkte B_n auf der Geraden g und die Punkte D_n auf der Parabel p haben jeweils dieselbe Abszisse x. Zusammen mit den Punkten $A(-3\,|\,-2)$ und $C(4\,|\,1{,}5)$ auf der Parabel p ergeben sich für $-3 < x < 4$ die Eckpunkte von Vierecken AB_nCD_n.
Zeichnen Sie die Vierecke AB_1CD_1 für $x = -1$ und AB_2CD_2 für $x = 2$ in das untenstehende Koordinatensystem ein.



A 1.2 Im Viereck AB_3CD_3 hat der Winkel CB_3A das Maß $\beta = 90°$.
Zeichnen Sie das Viereck AB_3CD_3 in das Koordinatensystem zu 1.2.1 ein, und berechnen Sie die x- Koordinate des Punktes B_3.

A 1.3 In den Vierecken AB_4CD_4 und AB_5CD_5 sind beide Diagonalen jeweils gleich lang. Berechnen Sie die Koordinaten der Eckpunkte B_4 und B_5.

A 1.4 Berechnen Sie das Maß α des Winkels B_nAC.

Abschlussprüfung 200X an den Realschulen in Bayern		
Wahlteil	**Mathematik II/III**	**Aufgabe B 2**
Name:_______________	Vorname:_______________	
Klasse:_________	Platzziffer:_______________	Punkte:_______________/

B 2.0 Unten stehende Zeichnung zeigt im Maßstab 1 : 2 ein Viereck EFGH, in das drei Sektoren eingezeichnet sind.
Es gelten folgende Maße:

$\overline{EF} = 13\text{ cm}$

$\overline{EH} = 8{,}5\text{ cm}$

$\overline{HG} = 9{,}5\text{ cm}$

$\overline{HK} = \overline{HM} = 3{,}5\text{ cm}$

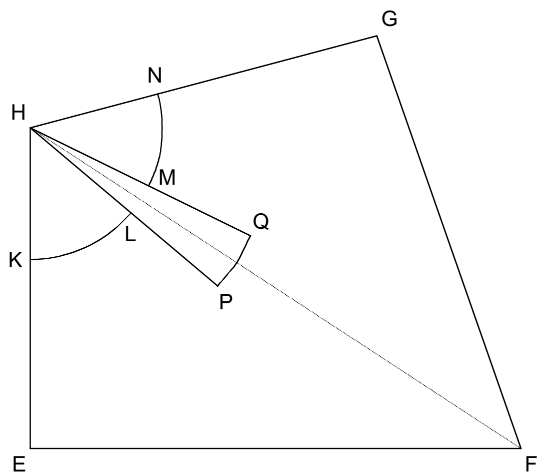
$\overline{HP} = 6{,}5\text{ cm}$

$\measuredangle FEH = 90°$

$\measuredangle GEH = 40°$

Der Kreisbogen $\overset{\frown}{PQ}$ hat eine Länge von 1,6 cm.

Die Diagonale [FH] ist Symmetrieachse des Kreissektors HPQ.



B 2.1 Zeigen sie durch Rechnung, dass das Maß β des Winkels EHG 104,9° beträgt.

B 2.2 Berechnen Sie den Umfang und den Flächeninhalt des Vierecks EFGH.

B 2.3 Berechnen Sie das Maß α des Winkels PHQ sowie die Flächeninhalte der drei Sektoren HKL, HPQ und HMN.
[Teilergebnis: α = 14,1°]

B 2.4 Das Maß α des Winkels PHQ soll so verändert werden, dass der Flächeninhalt des Kreissektors HPQ genauso groß ist wie der Summe der Flächeninhalte der Kreissektoren HKL und HMN.

Abschlussprüfung 200X

an den Realschulen in Bayern

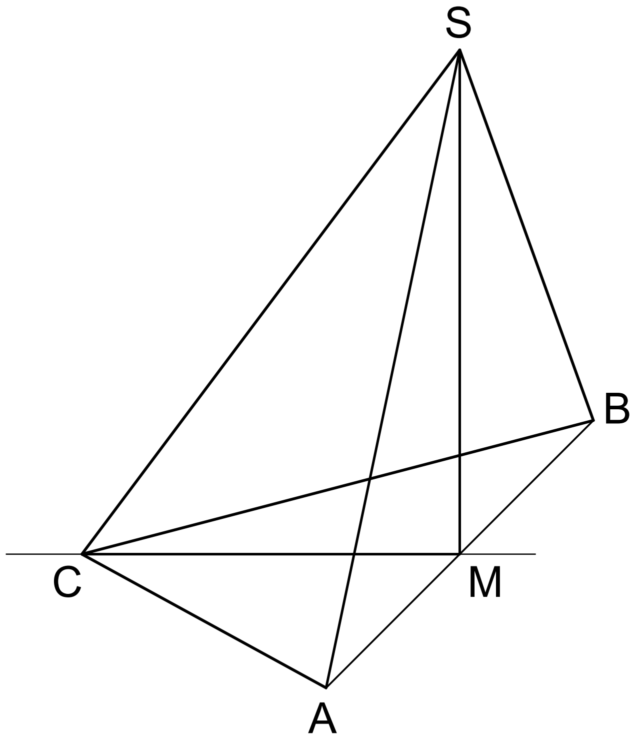
Wahlteil **Mathematik II/III** **Aufgabe C 3**

Name:______________________________ Vorname:______________________________

Klasse:_________ Platzziffer:_______________ Punkte:______________/

C 3.0 In der nebenstehenden Zeichnung ist das gleichschenklig-rechtwinklige Dreieck ABC die Grundfläche einer Pyramide ABCS, deren Spitze S senkrecht über dem Mittelpunkt M der Hypotenuse [AB] liegt.
Es gilt:
$\overline{AB} = 10\text{ cm}$; $\overline{MS} = \frac{20}{3}\text{ cm}$
Die Seitenkante [CS] der Pyramide schließt mit der Grundfläche den Winkel MCS mit dem Maß φ ein.

In der Zeichnung ist CM die Schrägbildachse.



C 3.1 Zeigen Sie, dass $\overline{MC} = 5\text{ cm}$ gilt und bestätigen Sie durch Rechnung, dass das Maß φ des Winkels MCS 53,13° beträgt.

C 3.2 Auf der Seitenkante [CS] liegen die Punkte P_n.
Bestätigen Sie rechnerisch, dass $\overline{P_1M} = 4\text{ cm}$ die kleinste aller Längen $\overline{P_nM}$ ist.

C 3.3 Für die Dreiecke P_2CM und P_3CM gilt $\overline{MP_2} = 4,5\text{ cm}$ bzw. $\overline{MP_3} = 4,5\text{ cm}$.
Zeichnen Sie die beiden Dreiecke P_2CM und P_3CM in die Zeichnung zu 3.0 ein.
Berechnen Sie sodann die Maße der Winkel P_2MC und P_3MC.

C 3.4 Der Punkt P_4 ist die Spitze der Pyramide $AMCP_4$ mit dem Dreieck AMC als Grundfläche und es gilt $\overline{SP_4} = 4\text{ cm}$.
Berechnen Sie das Volumen der Pyramide $AMCP_4$.
Berechnen Sie anschließend den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide $AMCP_4$ am Volumen der Pyramide ABCS.

C 3.5 Die Pyramide $ABSP_5$ mit dem Dreieck ABS als Grundfläche und dem Punkt P_5 als Spitze hat ein Volumen von 13 cm^3.
Berechnen Sie das Maß α des Winkels CP_5M.
Hinweis: Der Höhenfußpunkt der Spitze P_5 liegt auf der Strecke [MS].
[Teilergebnis: $\overline{P_5C} = 6,38\text{ cm}$]

Abschlussprüfung 200X

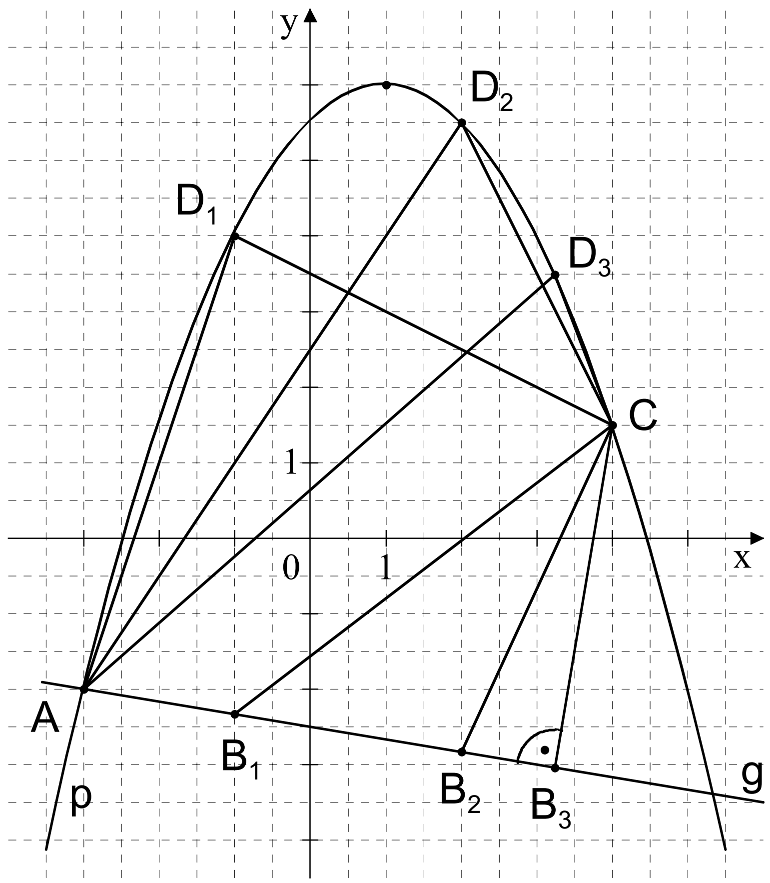
an den Realschulen in Bayern

Wahlteil **Mathematik II/III** **Aufgabe A 1**

Lösungsmuster und Bewertung

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der graphische Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

A 1.1



Einzeichnen der Vierecke AB_1CD_1 und AB_2CD_2

A 1.2 Einzeichnen des Vierecks AB_3CD_3

$g \perp B_3C$ $\quad B_3C: \quad y = 6x - 22{,}5$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$$g \cap B_3C = \{B_3\}: \quad \begin{vmatrix} y = -\frac{1}{6}x - 2{,}5 \\ \wedge \quad y = 6x - 22{,}5 \end{vmatrix} \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

$\mathbb{L} = \{3{,}24\}$

A 1.3 $\overline{AC} = \sqrt{61,25}$ LE $\qquad \overline{B_nD_n} = (-\frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{6}x + 8)$ LE

$\overline{AC} = \overline{B_nD_n} \qquad \sqrt{61,25} = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{6}x + 8 \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \quad x = -0,14 \quad \vee \quad x = 2,47 \qquad \mathbb{L} = \{-0,14; 2,47\}$

$B_4(-0,14 \,|\, -2,48) \qquad B_5(2,47 \,|\, -2,91)$

A 1.4 $\tan \sphericalangle(x-\text{Achse}; g) = -\frac{1}{6} \qquad \sphericalangle(x-\text{Achse}; g) = -9,46°$

$m_{AC} = \frac{1,5-(-2)}{4-(-3)} \qquad m_{AC} = 0,5$

$\tan \sphericalangle(x-\text{Achse}; AC) = 0,5 \qquad \sphericalangle(x-\text{Achse}; AC) = 26,57°$

$\alpha = 26,57° - (-9,46°) \qquad \alpha = 36,03°$

Abschlussprüfung 200X

an den Realschulen in Bayern

Wahlteil **Mathematik II/III** **Aufgabe B 2**

Lösungsmuster und Bewertung

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der graphische Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

B 2.1	$\frac{\overline{HG}}{\sin\sphericalangle GEH} = \frac{\overline{EH}}{\sin\sphericalangle HGE}$	
	$\sin\sphericalangle HGE = \frac{8{,}5\,\text{cm}\cdot\sin 40°}{9{,}5\,\text{cm}}$	$\sphericalangle HGE = 35{,}1°$
	$\sphericalangle EHG = 180° - 40° - 35{,}1°$	$\sphericalangle EHG = 104{,}9°$
B 2.2	$\overline{EG} = \sqrt{\overline{EH}^2 + \overline{HG}^2 - 2\cdot\overline{EH}\cdot\overline{HG}\cdot\cos\sphericalangle EHG}$	
	$\overline{EG} = \sqrt{8{,}5^2 + 9{,}5^2 - 2\cdot 8{,}5\cdot 9{,}5\cdot\cos 104{,}9°}\ \text{cm}$	$\overline{EG} = 14{,}3\ \text{cm}$
	$\overline{FG} = \sqrt{\overline{EF}^2 + \overline{EG}^2 - 2\cdot\overline{EF}\cdot\overline{EG}\cdot\cos\sphericalangle FEG}$	
	$\overline{FG} = \sqrt{13^2 + 14{,}3^2 - 2\cdot 13\cdot 14{,}3\cdot\cos 50°}\ \text{cm}$	$\overline{FG} = 11{,}6\ \text{cm}$
	$u = 13\,\text{cm} + 11{,}6\,\text{cm} + 9{,}5\,\text{cm} + 8{,}5\,\text{cm}$	$u = 42{,}6\,\text{cm}$
	$A_{EFGH} = \frac{1}{2}\cdot\overline{EF}\cdot\overline{EG}\cdot\sin\sphericalangle FEG + \frac{1}{2}\cdot\overline{EG}\cdot\overline{EH}\cdot\sin\sphericalangle GEH$	
	$A_{EFGH} = \frac{1}{2}\cdot 13\,\text{cm}\cdot 14{,}3\,\text{cm}\cdot\sin 50° + \frac{1}{2}\cdot 14{,}3\,\text{cm}\cdot 8{,}5\,\text{cm}\cdot\sin 40°$	
	$A_{EFGH} = 110{,}3\ \text{cm}^2$	

B 2.3 Der Kreisbogen $\overset{\frown}{PQ}$ hat die Länge b.

$$b = \frac{\overline{HP} \cdot \pi \cdot \alpha}{180°} \qquad 1{,}6\text{ cm} = \frac{6{,}5\text{ cm} \cdot \pi \cdot \alpha}{180°} \qquad \alpha = 14{,}1°$$

$$\tan \sphericalangle EHF = \frac{\overline{EF}}{\overline{EH}} \qquad \tan \sphericalangle EHF = \frac{13\text{ cm}}{8{,}5\text{ cm}} \qquad \sphericalangle EHF = 56{,}8°$$

$$\sphericalangle FHG = (104{,}9° - 56{,}8°) \qquad \sphericalangle FHG = 48{,}1°$$

$$A_{HKL} = \frac{(3{,}5\text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot (56{,}8° - 7{,}05°)}{360°} \qquad A_{HKL} = 5{,}3\text{ cm}^2$$

$$A_{HPQ} = \frac{1}{2} \cdot 1{,}6\text{ cm} \cdot 6{,}5\text{ cm} \qquad A_{HPQ} = 5{,}2\text{ cm}^2$$

$$A_{HMN} = \frac{(3{,}5\text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot (48{,}1° - 7{,}05°)}{360°} \qquad A_{HMN} = 4{,}4\text{ cm}^2$$

B 2.4

$$A_{HKL} + A_{HMN} = \frac{(3{,}5\text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot \left(56{,}8° - \frac{\alpha}{2}\right)}{360°} + \frac{(3{,}5\text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot \left(48{,}1° - \frac{\alpha}{2}\right)}{360°}$$

$$A_{HKL} + A_{HMN} = \frac{(3{,}5\text{ cm})^2 \cdot \pi}{360°} \cdot (104{,}9° - \alpha)$$

$$A_{HPQ} = \frac{(6{,}5\text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360°}$$

$$\frac{(6{,}5\text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360°} = \frac{(3{,}5\text{ cm})^2 \cdot \pi}{360°} \cdot (104{,}9° - \alpha) \qquad \alpha \in]0°; 104{,}9°[$$

$$\frac{6{,}5^2}{3{,}5^2} \cdot \alpha = 104{,}9° - \alpha$$

$$\alpha = \frac{104{,}9°}{\left(\frac{6{,}5^2}{3{,}5^2} + 1\right)}$$

$$\alpha = 23{,}6°$$

Abschlussprüfung 200X

an den Realschulen in Bayern

Wahlteil **Mathematik II/III** **Aufgabe C 3**

Lösungsmuster und Bewertung

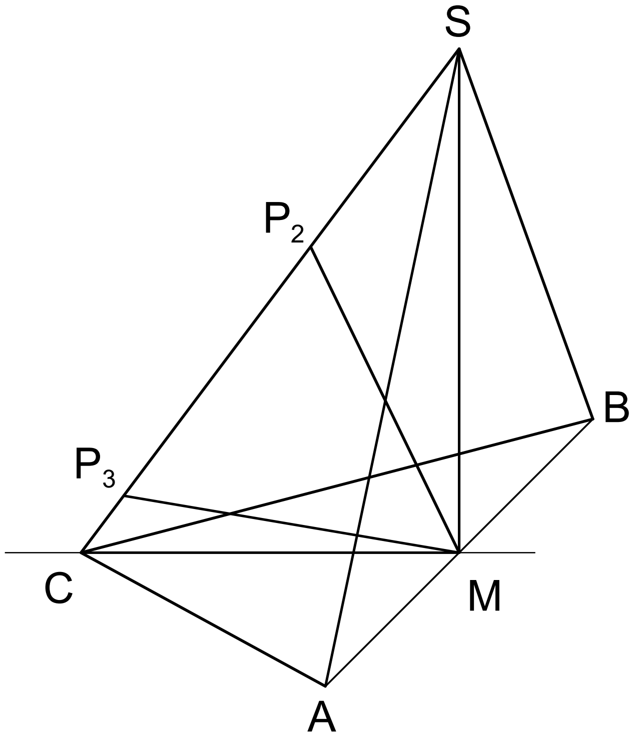
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der graphische Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

C 3.1 $\overline{MC}^2 = \overline{AM} \cdot \overline{MB}$ $\overline{MC} = \sqrt{5 \cdot 5}$ cm $\overline{MC} = 5$ cm

$\tan\varphi = \dfrac{20 \text{ cm}}{3 \cdot 5 \text{ cm}}$ $\varphi = 53{,}13°$ $\alpha \in]0°; 90°[$

C 3.2 $\sin 53{,}13° = \dfrac{4 \text{ cm}}{5 \text{ cm}}$ $0{,}80 = 0{,}80$ (w)

C 3.3 Einzeichnen der Dreiecke P_2CM und P_3CM



$$\frac{\sin 53{,}13^\circ}{4{,}5\text{ cm}} = \frac{\sin \sphericalangle CP_nM}{5\text{ cm}} \qquad \sphericalangle CP_nM \in]90^\circ; 180^\circ[$$

$\sphericalangle CP_2M = 62{,}73^\circ \quad \vee \quad \sphericalangle CP_3M = 117{,}27^\circ$

$\sphericalangle P_2MC = 180^\circ - 62{,}73^\circ - 53{,}13^\circ \qquad \sphericalangle P_2MC = 64{,}14^\circ \qquad \sphericalangle P_3MC = 9{,}6^\circ$

C 3.4 $\overline{CS} = \frac{5\text{ cm}}{\cos\varphi} \qquad \overline{CS} = \frac{5\text{ cm}}{\cos 53{,}13^\circ} \qquad \overline{CS} = 8{,}33\text{ cm}$

$\overline{CP_4} = 4{,}33\text{ cm} \qquad h_{AMCP_4} = 4{,}33 \cdot \sin 53{,}13\text{ cm} \qquad h_{AMCP_4} = 3{,}46\text{ cm}$

$V_{AMCP_4} = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 5\cdot 3{,}46\text{ cm}^3 \qquad V_{AMCP_4} = 14{,}42\text{ cm}^3$

$V_{ABCS} = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 5\cdot\frac{20}{3}\text{ cm}^3 \qquad V_{ABCS} = 55{,}56\text{ cm}^3$

$\frac{V_{AMCP_4}}{V_{ABCS}} = \frac{14{,}42\text{ cm}^3}{55{,}56\text{ cm}^3} \qquad V_{AMCP_4} = 0{,}2595 \cdot V_{ABCS}$

Der Anteil des Volumens der Pyramide $AMCP_4$ beträgt 25,95% des Volumens der Pyramide ABCS

C 3.5 $13\text{ cm}^3 = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 10\cdot\frac{20}{3}\cdot h\text{ cm}^2 \qquad h = 1{,}17\text{ cm}$

$\cos 53{,}13^\circ = \frac{1{,}17\text{ cm}}{\overline{P_5S}} \qquad \overline{P_5S} = 1{,}95\text{ cm} \qquad \overline{P_5C} = 6{,}38\text{ cm}$

$\overline{MP_5} = \sqrt{25 + 6{,}38^2 - 2\cdot 5\cdot 6{,}38\cdot\cos 53{,}13^\circ}\text{ cm} \qquad \overline{MP_5} = 5{,}24\text{ cm}$

$\frac{\sin\alpha}{5\text{ cm}} = \frac{\sin 53{,}13^\circ}{5{,}24\text{ cm}} \qquad \alpha \in]0^\circ; 90^\circ[$

$\sin\alpha = \frac{5\cdot\sin 53{,}13^\circ}{5{,}24} \qquad \alpha = 49{,}76^\circ$